

修正ブシネスク方程式による堤防越流モデルの構築

1. 研究の目的 東日本大震災の巨大津波はこれまでの想定をはるかに超えたものであり、沿岸部の海岸堤防とその後背地に甚大な被害を及ぼした。震災以降、このような巨大津波に対しては堤防越流を前提とした津波対策が進められるが、現行の津波氾濫計算において堤防効果は越流公式によって簡易的に評価されており後背地の被害評価を行う上で不十分な面がある。鉛直積分型モデルによりシームレスな堤防越流計算を行う場合、堤防周辺では静水圧近似が成り立たず、鉛直加速度（遠心力）の効果を考慮した計算が必要となる。ブシネスク方程式に基づいて堤防越流計算を行うことができれば非静水圧の効果が自ずと反映されるが、特に越流水深が大きい場合において、高次項の作用で堤防上流部で振動が起り、堤防全体に伝わることで計算が不安定性しやすい(図-1)。本研究では、ブシネスク方程式の修正による堤防越流モデルの安定化と適用範囲拡大を目的とした。

2. 研究内容 (1)修正項の導入: 本研究では、ブシネスク方程式に相対水深（水深/波長）に関して高次となる修正項を加えて、堤防上流側での振動解の出現を抑制することでシステムの安定化を図った。4次精度の予測子修正子法を用いて基礎方程式を離散化し、台形断面堤防を越流する定常計算を行ったところ、一定の越流水深を超えると修正項導入前のモデルでは堤防上流部で振動が起るが、導入後は数値振動が起らず安定した計算が行えることが確認された。 (2)モデルの安定化: 上記の安定化機構を示すため、一様勾配上を流れる水深の小さい定常流を対象とし、修正ブシネスク方程式を線形化して解の形を評価した。フルード数の大きさによって実数解あるいは虚数解（振動解）をとるかが変化するが、修正項の導入によって振動解の生じるレンジを小さくできることが示された。すなわち修正項に付した係数 α の値を大きくとるほど堤防上流側で振動解を生じないようにできる。図-3には異なる α の値について、フルード数（越流水深）を大きくしたとき計算が不安定化する点を黒点で表示している。黒点より左上側では数値計算は安定、右側では不安定であることを表している。上記の解析解が実数解から虚数解へと転じるときの係数 α とフルード数の関係を表したのが赤線であり、フルード数の大きい範囲では上記の黒点とほぼ一致している。フルード数の小さい範囲で両者が一致しないのは、振動解が生じても波長が小さく数値拡散によって抑制されるものと考えられる。 (3)モデルと実験結果の比較: 修正項の導入がモデル精度に与える影響を調べるため、係数 α の値を変化させて台形堤防の越流問題を解き、堤防周りの水面形およびピエゾ水頭を実験結果と比較した(図-4)。係数 α がある一定値を上回るとモデル結果が実験結果から乖離することが分かった。また、幅広い条件での検証を行うため、越流量について Fritzら(1998)による数多くの既往実験に基づいた台形堰の実験式との比較を行った(図-5)。前記の場合と同様に非静水圧の影響が大きくなる範囲では係数 α が大きくなるにつれて精度低下が見られた。

3. 主要な結論 (1) 修正項を含まない従来のブシネスクモデルでは、越流水深の上昇によって非静水圧の影響が大きくなると、堤防上流側で生じた振動が計算を不安定にする。ブシネスク方程式に修正項を加えることで、解の性質を変化させてこのような計算を安定化することができる。(2) 修正項を加えた基礎方程式を線形化し、その解析解の性質を調べることにより、安定的な計算が行える修正係数のレンジを示した。(3) 修正項が大きくなると精度低下につながることから、上記で求めた安定な修正係数の範囲内でできるだけ小さい値とることが重要であることが明らかとなった。

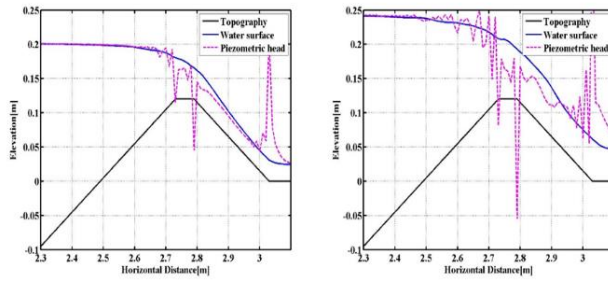


図-1 ブシネスク方程式による堤防越流計算の不安定化 (左: 越流水深 3m, 右: 越流水深 6.5m, 黒線は堤防形状, マゼンダはピエゾ水頭, 青線は水面を表す)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D^3}{3} G_1 + \frac{D^2}{2} G_2 \right) + \frac{\partial B}{\partial x} \left(\frac{D^2}{2} G_1 + DG_2 \right) + \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[D^3 \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{D} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right) \right) \right]$$

$$G_1 = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t \partial x} + \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 \quad G_2 = -\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \frac{\partial B}{\partial x} - \bar{u} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \right)$$

D : 全水深 η : 水面位置 (= $D + B$)
 B : 地盤高さ \bar{u} : 段面平均流速 Q : 流量

図-2 完全非線形ブシネスク方程式への修正項の導入 (赤字: 修正項)

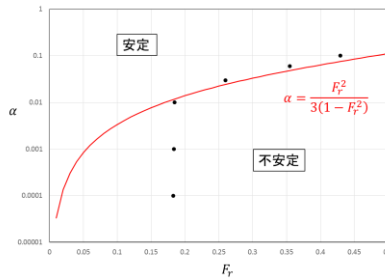


図-3 安定な修正係数 α とフルード数の範囲 (黒点: 数値計算, 赤: 線形理論)

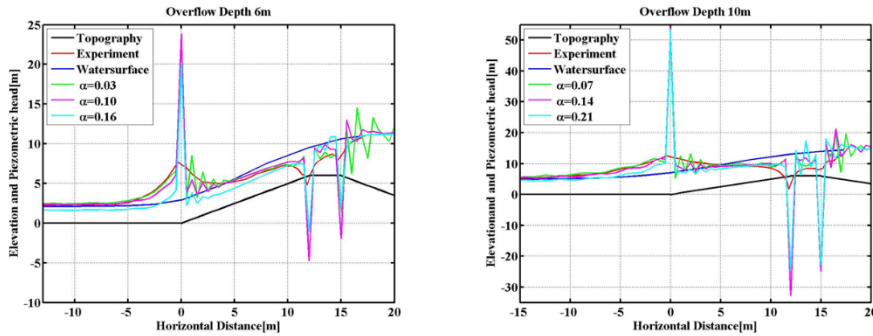


図-4 異なる修正係数 α によるピエゾ水頭の比較 (左: 越流水深 6m, 右: 越流水深 10m)

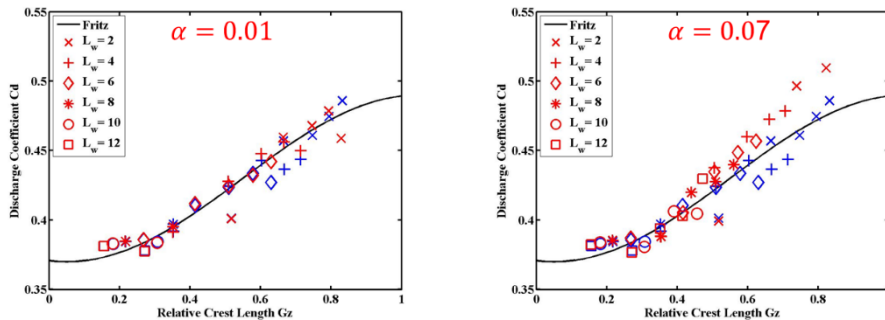


図-5 越流公式とモデル結果の比較 (赤=修正項あり, 青=修正項なし, 実線=実験式. 横軸の値が大きいかほど遠心力の効果大)